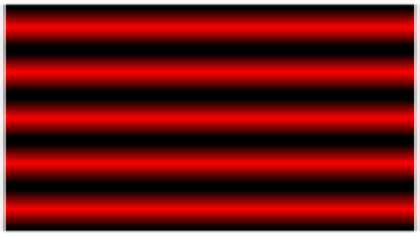
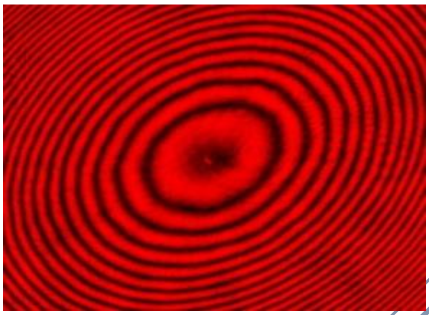
Interférences non localisées
De deux ondes lumineuses totalement cohérentes





Fatima HADDANI

SOMMAIRE

Introduction :

Deux ondes interfèrent lorsque l'intensité résultante de leur superposition est différente de la somme des intensités.

$$I \neq I_1 + I_2$$

Le phénomène d'interférences, découvert par T. Young et A. Fresnel, a constitué une révolution du XIX^e siècle car il a permis de mettre en évidence l'aspect ondulatoire de la lumière en mesurant pour la première fois une longueur d'onde optique.

L'interférométrie optique a plusieurs applications intéressantes notamment en imagerie, en métrologie, en astronomie…

I. Superposition de deux ondes monochromatiques

1. Condition d'observation

On considère deux sources lumineuses ponctuelles, monochromatiques :

$$s_1(M,t) = A_1\cos(\omega_1 t + \varphi_1(M)$$
$$s_2(M,t) = A_2\cos(\omega_2 t + \varphi_2(M)$$

D'après le théorème de superposition, l'amplitude de la vibration lumineuse résultante de la superposition des deux ondes est :

$$s(M,t) = s_1(M,t) + s_2(M,t)$$
$$s(M,t) = A_1\cos(\omega_1 t + \varphi_1(M) + A_1\cos(\omega_1 t + \varphi_1(M)$$

L'intensité résultante est :

$$I(M) = k\,\langle \big(s(M,t)\big)^2 \rangle$$
$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\langle\cos((\omega_2 - \omega_1)t + \varphi_1(M) - \varphi_2(M))\rangle$$

Il y a interférences si

$\textit{Le terme d'interférences est non nul:}\ \langle\cos((\omega_2 - \omega_1)t + \varphi_1(M) - \varphi_2(M))\rangle \neq 0$

(1) Si $\omega_1 \neq \omega_2$ $\ on\ a\ \langle\cos((\omega_2 - \omega_1)t + \varphi_1(M) - \varphi_2(M)\rangle = 0$

Deux ondes de pulsations différentes n'interfèrent pas.

(2) Si $\omega_1 = \omega_2$ le terme d'interférences $\langle\cos(\varphi_1(M) - \varphi_2(M)\rangle$ dépend du déphasage $\Delta\varphi = \varphi_1(M) - \varphi_2(M)$:

Si les deux sources sont indépendantes $\Delta\varphi$ varie aléatoirement donc il n'y a pas d'interférences.

On obtient des interférences si les deux sources sont issues d'une même source primaire (ondes cohérentes)

L'intensité résultante est alors donnée par la formule d'interférences :

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\delta\right)$$

Avec $\lambda\quad la\ longueur\ d'onde$

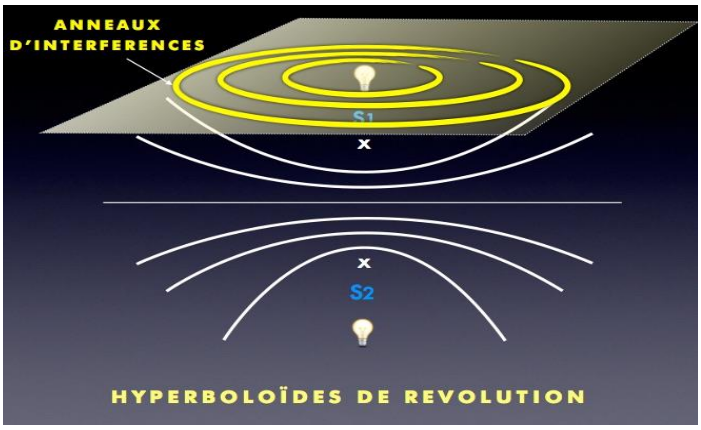
$$et\ \ \delta = (S_2M) - (S_2M)\ la\ différence\ de\ marche$$

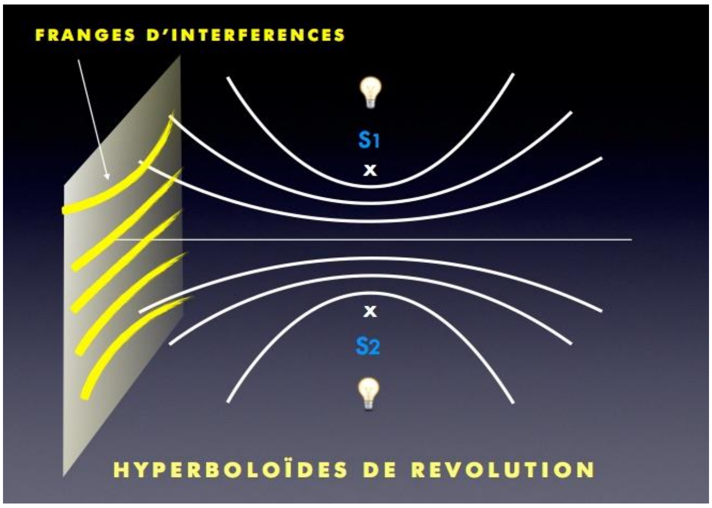
2. Surfaces d'égale intensité :

Une surface d'égale intensité est l'ensemble de points de l'espace où l'intensité a ;la même valeur :

$$I(M) = constante$$
$$\delta = (S_2M) - (S_1M) = constante$$

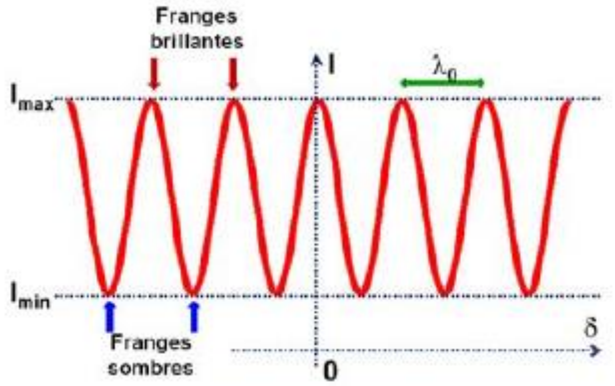
Ce sont des Hyperboloïdes de révolution :





On appel ordre d'interférence $p = \frac{\delta}{\lambda}$

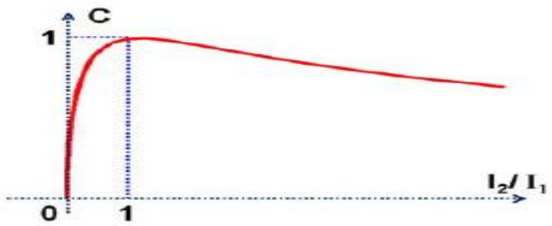
- L'intensité est maximale si $p\ est\ un\ entier$: Frange brillate
- L'intensité est minimale si$p\ est\ un\ demi - entier$



3. contraste :

$$C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

$$C = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$$

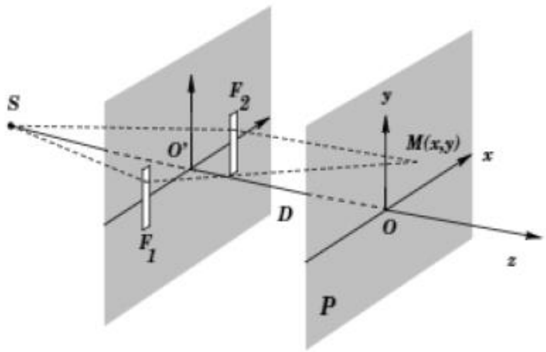


La figure d'interférence est bien contrastée si $I_1 = I_2 = I_0$

Dans ce cas $\boldsymbol{I(M) = 2I_0(1 + \cos(\frac{2\pi}{\lambda}\delta)}$

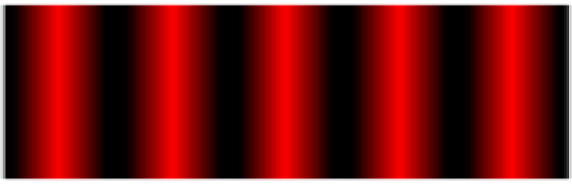
II. Systèmes interférentiels par division du front d'onde

1. Fentes d'YOUNG.



L'écran est parallèle à la droite des sources, on observe des franges rectilignes quelle que soit la position de l'écran : interférences non localisées.

$$\delta = \frac{ax}{D} \qquad avec\ \ a = \ S_1S_2$$



On appel interfrange da distance entre deux franges de même nature : $\boldsymbol{i = \frac{\lambda D}{a}}$

On peut exprimer l'intensité en introduisant l'interfrange :

$$I(M) = 2I_0(1 + \cos(2\pi \frac{x}{i})$$

2. Détermination de la distance apparente entre deux étoiles de même magnitude

On observe la figure d'interférences de deux étoiles
$E_1\ et\ \ E_2\ Symétrique\ par\ rapport$ à $l'axe\ optique, de\ meme\ magnitude$,

$$E_1E_2 = e\ \ \ et\ D_s\ la\ distance\ entre\ les\ deux\ étoiles\ et\ la\ terre$$

$$\theta = \frac{e}{D_s} \quad l'angle\ apparent$$

Chaque étoile donne sa propre figure d'interférences :

$$I_1(M) = 2I_0(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\delta_1\right)) \qquad \delta_1 = \frac{ae}{2D_s} + \frac{ax}{D}$$

$$I_2(M) = 2I_0(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\delta_2\right)) \qquad \delta_2 = -\frac{ae}{2D_s} + \frac{ax}{D}$$

$$I(M) = I_1 + I_2$$

$$I(M) = 4I_0(1 + \cos\left(\pi\frac{a\theta}{\lambda}\right)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{ax}{D}\right))$$

Le contraste $C = \left|\cos\left(\pi\frac{a\theta}{\lambda}\right)\right|$

On augmente a depuis une faible valeur, la valeur $a_1 = \frac{\lambda}{2\theta}$ qui correspond au premier brouillage permet de déterminer la distance apparente entre les deux étoiles

3. Détermination de la largeur à mi-hauteur d'une raie spectrale

La source utilisée n'est pas rigoureusement monochromatique mais quasi monochromatique centrée sur la longueur d'onde λ_0 (correspondant à la fréquence ν). Pour des valeurs de la fréquence comprises entre $\nu\ et \nu + d\nu$, l'intensité de la source

Vaut : $dI_0 = I_{0\nu} d\nu$ où $I_{0\nu}$ est l'intensité spectrale en fréquence

Pour une distribution Gaussienne $I_{0\nu} = \exp(-\frac{(\nu-\nu_0)^2}{\sigma^2}$

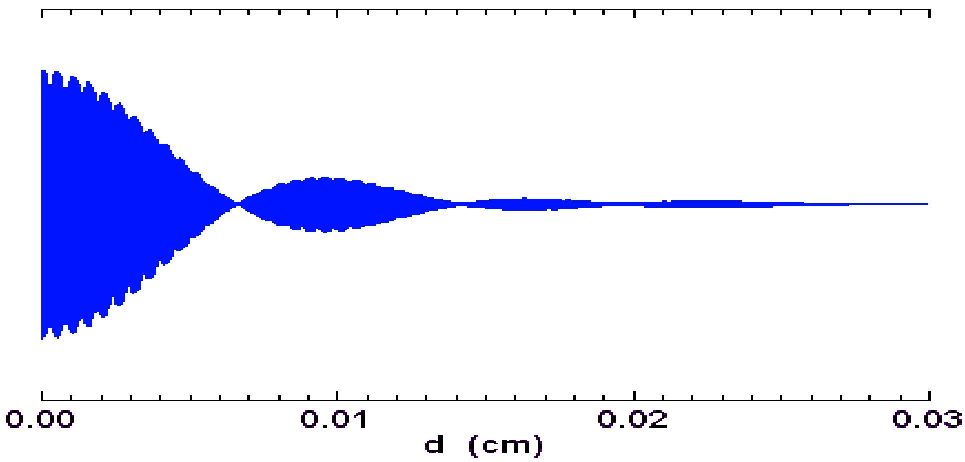
Pour simplifier on assimile l'intensité spectrale à une fonction porte :

$$I_{0\nu} = \begin{cases} I_0 \qquad si\ \nu_0 - \frac{\Delta\nu}{2} < \nu < \nu_0 + \frac{\Delta\nu}{2} \\ 0 \quad si\ non \end{cases}$$

L'intensité résultante de la superposition des contributions de toutes les longueurs d'ondes :

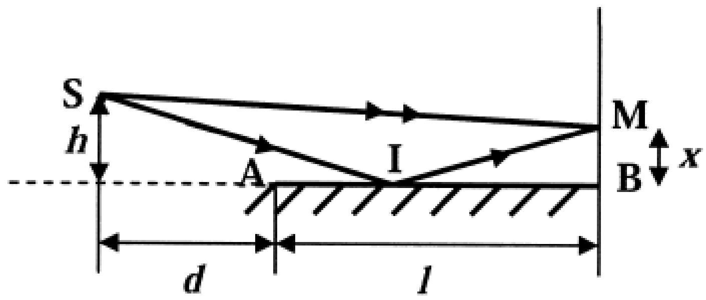
$$I(M) = \int_{-\infty}^{+\infty} 2I_{0\nu}(\nu)(1 + \cos(2\pi\tau\nu)\, d\nu \qquad avec\ \tau = \frac{\delta}{c}$$

$$I(M) = 2I_0{}'(1 + sinc(\pi\tau\Delta\nu)\cos(2\pi\tau\nu_0)$$



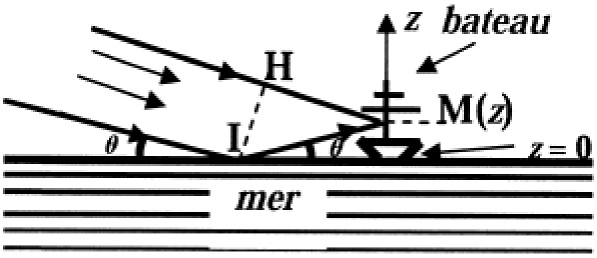
L'enregistrement de $I(M)$ permet de remonter à la largeur de la raie spectrale.

4. autre système interférentiel : Miroir de Lloyd



$$I(M) = 2I_0(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\delta\right) \qquad \delta = \frac{2hx}{d+l} + \frac{\lambda}{2}$$

$la\ frange\ centrale\ \ x = 0\ est\ sombre$

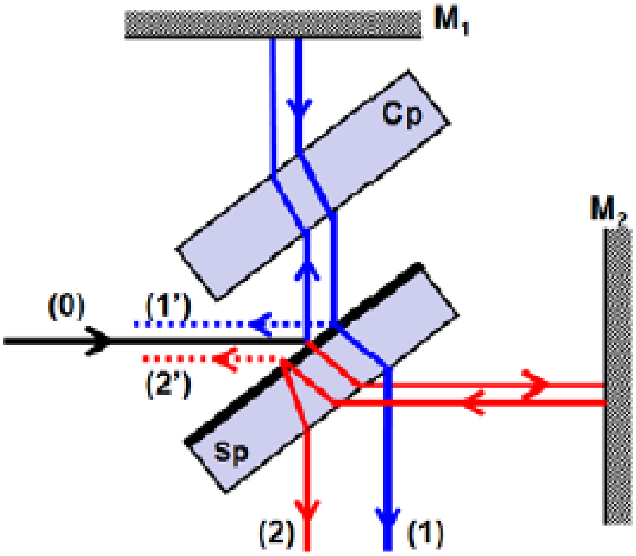


III. Système interférentiel par division d'amplitude : Interféromètre de Michelson.

1. Description de l'interféromètre.

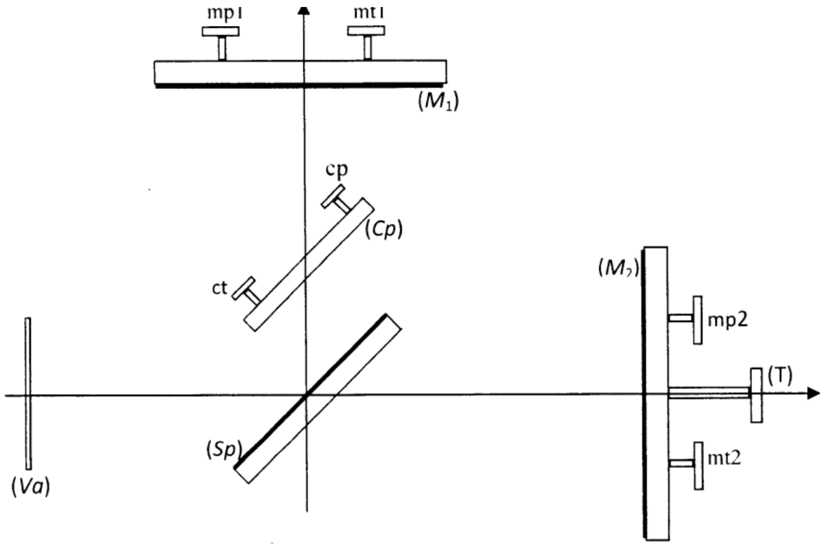
L'interféromètre de Michelson pratique couramment utilisé dans les laboratoires des lycées. Il est constitué d'élément optiques de qualité :

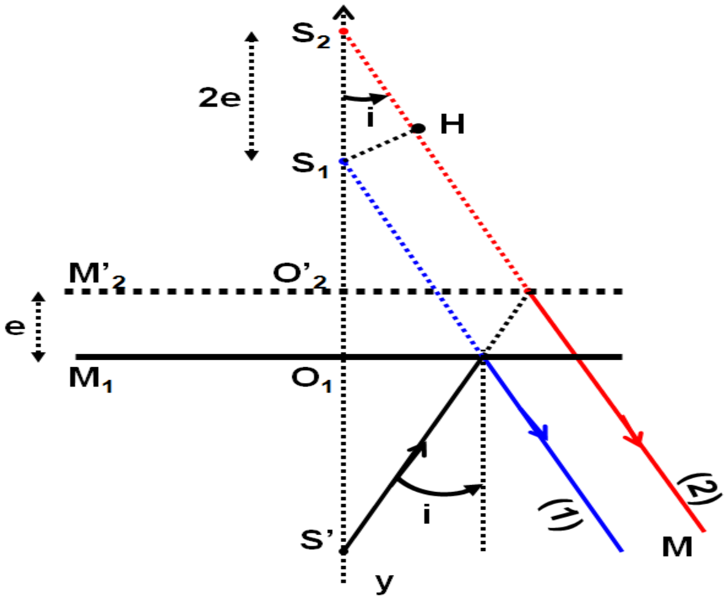
- d'une lame séparatrice (Sp) semi réfléchissante et non absorbante dont les facteurs de réflexion et de transmission sont égaux à 0,5. Cette lame fixe est inclinée à 45° par rapport aux bras de l'interféromètre.
- d'une lame compensatrice (Cp), identique à (Sp) mais non traitée. Elle est réglable en inclinaison (vis de réglage trappe ct et porte cp).
- d'un miroir plan fixe M_1, réglable en inclinaison.
- d'un miroir plan mobile M_2, réglable en position (translation à l'aide du chariot mobile par le tambour) et en inclinaison
- d'une lame de verre à faces parallèles (Va) qui joue le rôle d'un filtre thermique qui protège la surface des miroirs.



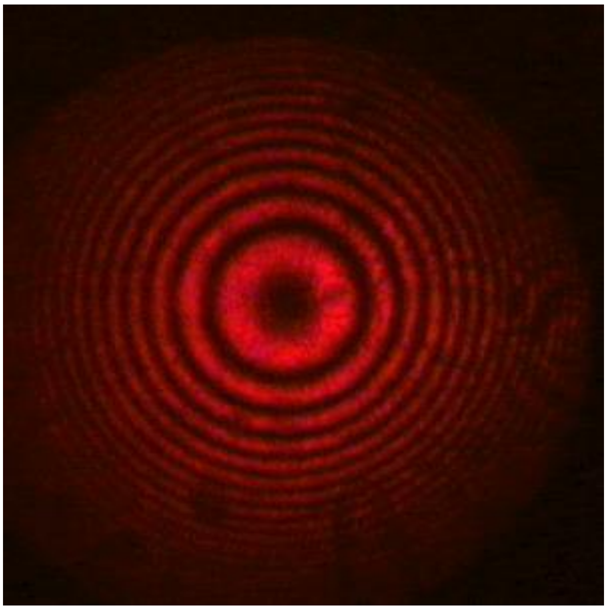
Sans compensatrice C_p, le RL (2) a traversé 3 fois la lame S_p, alors que le RL(1) ne l'a traversé qu'un seule fois. Pour faire traverser le RL (1) le même nombre de fois la lame que le RL (2), il faut placer sur le trajet du RL (2) la lame C_p sur le trajet du RL (1). Il faut que S_p et C_p soient identiques et parallèles et S_p ne doit pas posséder une face semi-réfléchissante
Les chemins optiques des 2 RL (1) et (2) sont égales dans la lame lorsque S_p et C_p sont parallèles, donc se compensent. On remplace S_p et C_p par une lame théorique semi-réfléchissante d'épaisseur nulle.

2. Interféromètre de Michelson en lame d'air éclairé par une source ponctuelle.





L’écran est perpendiculaire à la droite de source, on observe des anneaux concentriques quelle que soit la position de l’écran : interférences non localisées.



$$\boldsymbol{I(M) = 2I_0(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\delta\right)} \qquad \delta = 2e\cos(i)$$

L’ordre d’interférence $\boldsymbol{p = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{2e}{\lambda}\left(1 - \frac{r^2}{2D^2}\right) < p_0(l'ordre\ au\ centree)}$

$$Si\ e = 2mm \quad et\ \lambda = 633\ nm \quad on\ a \quad p_0 = 6319.11$$

Le rayon des anneau brillants varient comme la racine carrée des nombre successifs

$R_2 = R_1\sqrt{2}$

$$R_3 = R_2\sqrt{3}$$

$$R_{n+1} - R_n < R_n - R_{n-1}$$

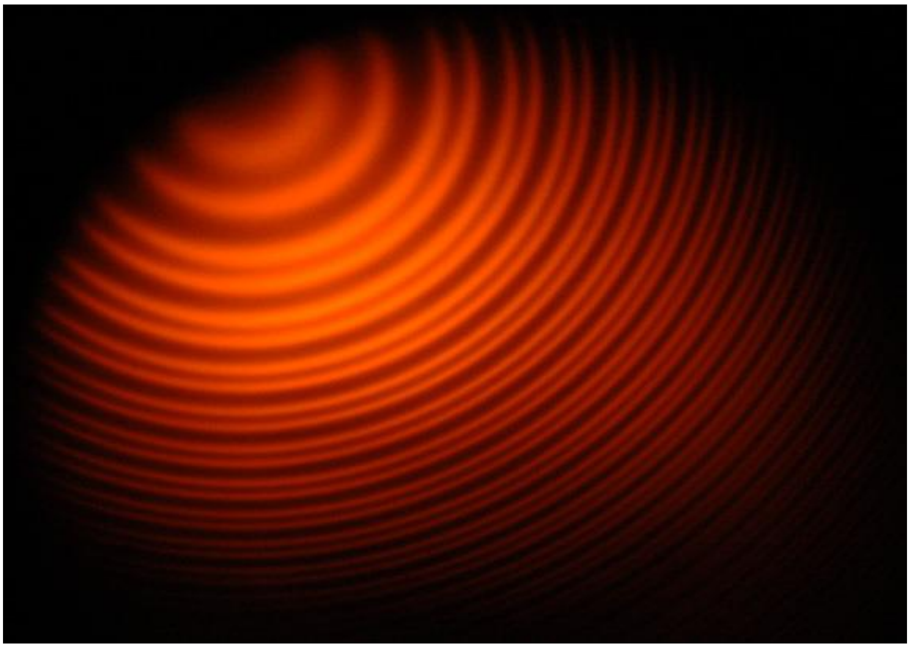
$$les\ anneaux\ se\ resserent\ au\ fure\ et\ \text{à}\ mesure\ que\ l'ons'\text{é}loignedu\ centre$$

Si e diminue les anneaux semblent se rétrécir et défilent vers le centre.

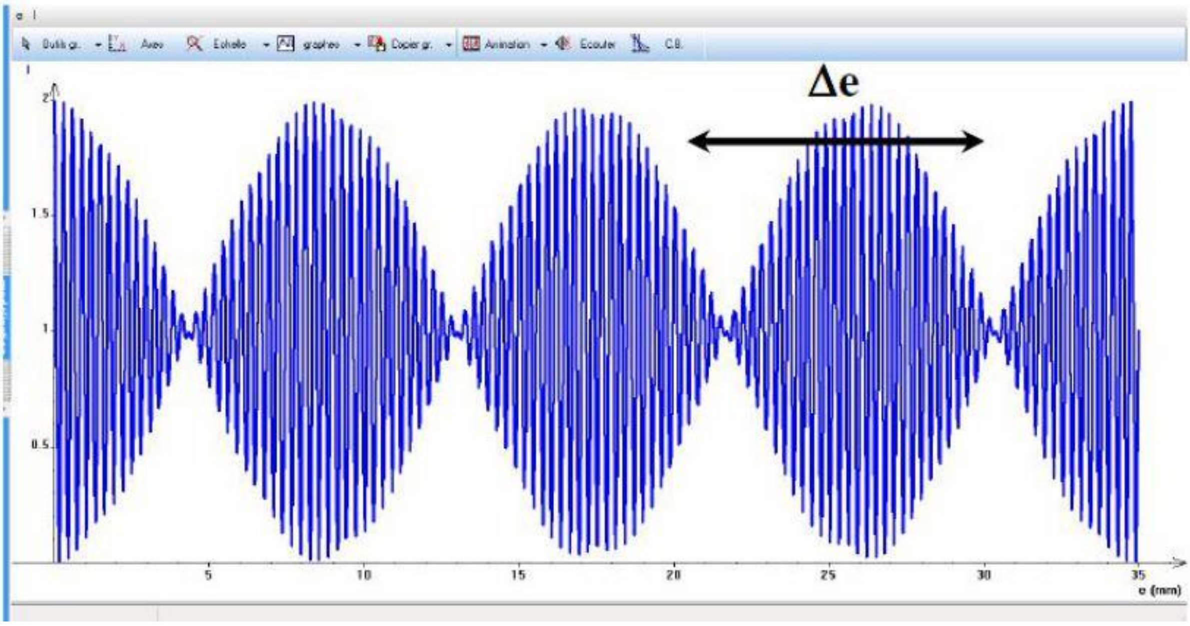
3. Détermination de la largeur d'une raie double symétrique

L'interféromètre est éclairé par une lampe spectrale à vapeur de sodium

Chaque composante donne sa propre figure d'interférence



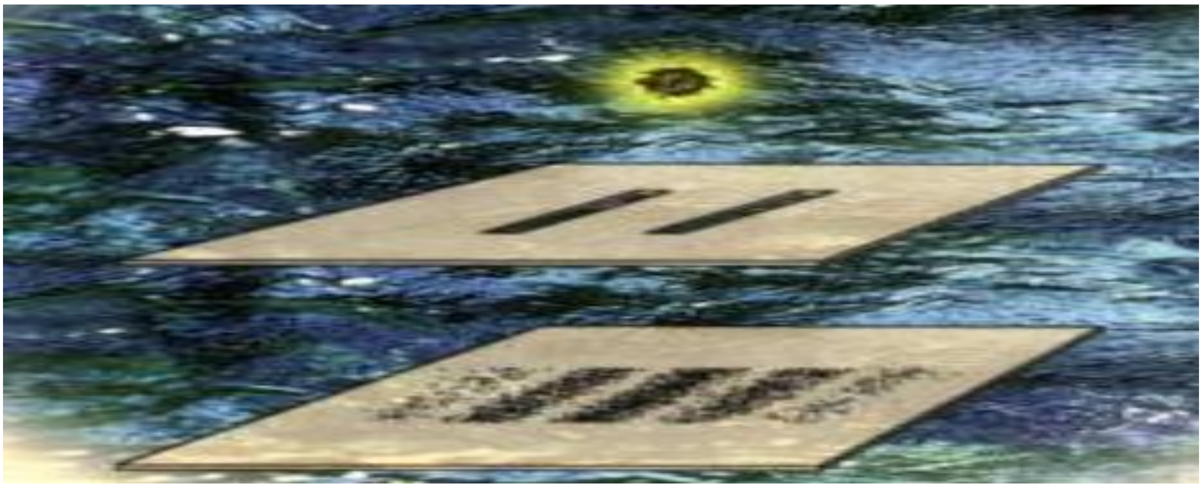
$$I(M) = 4I_0(1 + \cos\left(\pi\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2}\delta\right)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\ \delta\right)$$



L’enregistrement de I(M) permet de remonter à la valeur moyenne de la longueur d’onde et la largeur $\Delta\lambda$

Conclusion

Le phénomène d'interférences est rencontrer dans plusieurs domaine tel que les interférences des particules qui permet de mettre en évidence l'Aspect ondulatoire de la matière prédis par Louis DE Broglie



Et les Détecteur VIGRO

- Dont les bras ont une longueur d= $3km$ et qui Utilise un Laser de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 1{,}0\mu m$